UFRGS – Instituto de Matemática – 2015/1
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
MAT01354 Cálculo e Geometria Analítica IIA
PROVA 2 – 15 de maio de 2015 – 08h30

1	2	3	4	5	081

Nome	Cartão	Turma	Chamada

0811 Seja R a região plana delimitada pela curva de equação $y = x^3$ e pelas retas de equações $x = 0, y = 2$ e $y = 4$.

1. Esboce a região R, indicando os pontos relevantes.
2. Escreva a integral dupla $I = \displaystyle\iint_R \sqrt{x^2 + y}\, dA$ como integral dupla iterada nas ordens de integração $dxdy$ e, também, $dydx$. (*Não calcule a integral.*)

0812 Seja R a região plana situada dentro da cardioide de equação polar $r = 3 + 3\cos\theta$ e fora do círculo de raio 3 centrado na origem.

1. Faça um esboço de R, indicando os pontos relevantes.
2. Calcule a integral $\displaystyle\iint_R \frac{6y}{x^2 + y^2}\, dA$ usando integral dupla iterada em coordenadas polares.

0813 Seja S a região sólida do **primeiro octante** situada abaixo do paraboloide elíptico de equação $z = 12 - 4x^2 - 3y^2$. *Sem calcular as integrais*, escreva o volume $V(S)$ de S como uma

1. integral tripla iterada em coordenadas cartesianas e, também, como uma
2. integral dupla iterada em coordenadas cartesianas.

0814 Seja S a região sólida situada abaixo do plano $z = \sqrt{3}$ e dentro da folha de cone de equação $z = \sqrt{3}\sqrt{x^2 + y^2}$ com densidade dada por $\delta(x, y, z) = 4\sqrt{x^2 + y^2}$. *Sem calcular as integrais*, escreva a massa $M(S)$ de S como uma

1. integral tripla iterada em coordenadas cilíndricas e, também, como uma
2. integral tripla iterada em coordenadas esféricas, lembrando que, nessas, temos $dV = \rho^2 \operatorname{sen}\phi\, d\rho\, d\phi\, d\theta$.

0815 Considere o campo vetorial $\vec{F}(x, y) = \langle 2x,\, 4xy \rangle$ definido no plano xy.

1. Calcule o trabalho que a força $\vec{F}$ realiza para deslocar uma partícula ao longo da reta de equação $y = 3 + 3x$ desde $P = (-1, 0)$ até $Q = (0, 3)$.
2. Usando o Teorema de Green, calcule $\displaystyle\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$, em que C é o triângulo de vértices $(-1, 0), (0, 0)$ e $(0, 3)$ percorrido no sentido anti-horário.

UFRGS – Instituto de Matemática – 2015/1
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
MAT01354 Cálculo e Geometria Analítica IIA
PROVA 2 – 15 de maio de 2015 – 10h30

1	2	3	4	5	101

Nome	Cartão	Turma	Chamada

1011 Seja R a região plana delimitada pela curva de equação $y = x^3$ e pelas retas de equações $x = 2, y = 1$ e $y = 4$.

1. Esboce a região R, indicando os pontos relevantes.
2. Escreva a integral dupla $I = \iint_R \sqrt{x + y^2}\, dA$ como integral dupla iterada nas ordens de integração $dxdy$ e, também, $dydx$. (*Não calcule a integral.*)

1012 Seja R a região plana situada dentro da cardioide de equação polar $r = 3 + 3\operatorname{sen}\theta$ e fora do círculo de raio 3 centrado na origem.

1. Faça um esboço de R, indicando os pontos relevantes.
2. Calcule a integral $\iint_R \frac{4x}{x^2 + y^2}\, dA$ usando integral dupla iterada em coordenadas polares.

1013 Seja S a região sólida situada acima do plano xy e abaixo do paraboloide elíptico de equação $z = 12 - 4x^2 - 3y^2$. *Sem calcular as integrais*, escreva o volume $V(S)$ de S como uma

1. integral tripla iterada em coordenadas cartesianas e, também, como uma
2. integral dupla iterada em coordenadas cartesianas.

1014 Seja S a região sólida situada abaixo do plano $z = \sqrt{3}$ e dentro da folha de cone de equação $z = \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{x^2 + y^2}$ com densidade dada por $\delta(x, y, z) = 5\sqrt{x^2 + y^2}$. *Sem calcular as integrais*, escreva a massa $M(S)$ de S como uma

1. integral tripla iterada em coordenadas cilíndricas e, também, como uma
2. integral tripla iterada em coordenadas esféricas, lembrando que, nessas, temos $dV = \rho^2 \operatorname{sen}\phi\ d\rho\, d\phi\, d\theta$.

1015 Considere o campo vetorial $\vec{F}(x, y) = \langle 2x,\ 4xy \rangle$ definido no plano xy.

1. Calcule o trabalho que a força $\vec{F}$ realiza para deslocar uma partícula ao longo da reta de equação $y = 3 - 3x$ desde $P = (0, 3)$ até $Q = (1, 0)$.
2. Usando o Teorema de Green, calcule $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$, em que C é o triângulo de vértices $(0, 0), (1, 0)$ e $(0, 3)$ percorrido no sentido anti-horário.

UFRGS – Instituto de Matemática – 2015/1
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
MAT01354 Cálculo e Geometria Analítica IIA
PROVA 2 – 15 de maio de 2015 – 13h30

1	2	3	4	5	131

Nome	Cartão	Turma	Chamada

1311 Seja R a região plana delimitada pela curva de equação $xy = 4$ e pelas retas de equações $y = x$ e $x = 4$.

1. Esboce a região R, indicando os pontos relevantes.
2. Escreva a integral dupla $I = \displaystyle\iint_R \sqrt{xy + x}\, dA$ como integral dupla iterada nas ordens de integração $dxdy$ e, também, $dydx$. (*Não calcule a integral.*)

1312 Seja R a região situada no **segundo quadrante** dentro da cardioide de equação polar $r = 3 + 3\operatorname{sen}\theta$ e fora do círculo de raio 3 centrado na origem.

1. Faça um esboço de R, indicando os pontos relevantes.
2. Calcule a integral $\displaystyle\iint_R \frac{4x}{x^2 + y^2}\, dA$ usando integral dupla iterada em coordenadas polares.

1313 Seja S a região sólida situada acima do plano xy, abaixo do plano $z = 12 + x + y$ e dentro do cilindro elíptico de equação $4x^2 + 3y^2 = 12$. *Sem calcular as integrais*, escreva o volume $V(S)$ de S como uma

1. integral tripla iterada em coordenadas cartesianas e, também, como uma
2. integral dupla iterada em coordenadas cartesianas.

1314 Seja S a região sólida situada no **primeiro octante**, abaixo da folha de cone de equação $z = \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{x^2 + y^2}$ e dentro do cilindro de equação $x^2 + y^2 = 9$, com densidade dada por $\delta(x, y, z) = 3\sqrt{x^2 + y^2}$. *Sem calcular as integrais*, escreva a massa $M(S)$ de S como uma

1. integral tripla iterada em coordenadas cilíndricas e, também, como uma
2. integral tripla iterada em coordenadas esféricas, lembrando que, nessas, temos $dV = \rho^2 \operatorname{sen}\phi \; d\rho\, d\phi\, d\theta$.

1315 Considere o campo vetorial $\vec{F}(x, y) = \left\langle 2xy,\, y^2 \right\rangle$ definido no plano xy.

1. Calcule o trabalho que a força $\vec{F}$ realiza para deslocar uma partícula ao longo do arco de círculo centrado na origem desde $P = (3, 0)$ até $Q = (0, 3)$.
2. Usando o Teorema de Green, calcule $\displaystyle\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$, em que C é o arco de círculo centrado na origem desde $(3, 0)$ até $(0, 3)$ seguido dos segmentos de reta de $(0, 3)$ à origem e da origem até $(3, 0)$, percorrido no sentido anti-horário.

UFRGS – Instituto de Matemática – 2015/1 **Departamento de Matemática Pura e Aplicada** **MAT01354 Cálculo e Geometria Analítica IIA** **PROVA 2 – 15 de maio de 2015 – 15h30**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	151

Nome	**Cartão**	**Turma**	**Chamada**

$\boxed{\textbf{1511}}$ Seja R a região plana delimitada pela curva de equação $xy = 4$ e pelas retas de equações $y = x$ e $x = 1$.

1. Esboce a região R, indicando os pontos relevantes.
2. Escreva a integral dupla $I = \displaystyle\iint_R \sqrt{xy + x}\, dA$ como integral dupla iterada nas ordens de integração $dxdy$ e, também, $dydx$. (*Não calcule a integral.*)

$\boxed{\textbf{1512}}$ Seja R a região situada no **quarto quadrante** dentro da cardioide de equação polar $r = 3 + 3\cos\theta$ e fora do círculo de raio 3 centrado na origem.

1. Faça um esboço de R, indicando os pontos relevantes.
2. Calcule a integral $\displaystyle\iint_R \frac{4y}{x^2 + y^2}\, dA$ usando integral dupla iterada em coordenadas polares.

$\boxed{\textbf{1513}}$ Seja S a região sólida situada no **primeiro octante**, abaixo do plano $z = 12 + x + y$ e dentro do cilindro elíptico de equação $4x^2 + 3y^2 = 12$. *Sem calcular as integrais*, escreva o volume $V(S)$ de S como uma

1. integral tripla iterada em coordenadas cartesianas e, também, como uma
2. integral dupla iterada em coordenadas cartesianas.

$\boxed{\textbf{1514}}$ Seja S a região sólida situada acima do plano xy, abaixo da folha de cone de equação $z = \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{x^2 + y^2}$ e dentro do cilindro de equação $x^2 + y^2 = 9$, com densidade dada por $\delta(x, y, z) = 7\sqrt{x^2 + y^2}$. *Sem calcular as integrais*, escreva a massa $M(S)$ de S como uma

1. integral tripla iterada em coordenadas cilíndricas e, também, como uma
2. integral tripla iterada em coordenadas esféricas, lembrando que, nessas, temos $dV = \rho^2 \operatorname{sen}\phi\; d\rho\, d\phi\, d\theta$.

$\boxed{\textbf{1515}}$ Considere o campo vetorial $\vec{F}(x, y) = \langle x^2, 2xy \rangle$ definido no plano xy.

1. Calcule o trabalho que a força $\vec{F}$ realiza para deslocar uma partícula ao longo do arco de círculo centrado na origem desde $P = (4, 0)$ até $Q = (0, 4)$.
2. Usando o Teorema de Green, calcule $\displaystyle\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$, em que C é o arco de círculo centrado na origem desde $(4, 0)$ até $(0, 4)$ seguido dos segmentos de reta de $(0, 4)$ à origem e da origem até $(4, 0)$, percorrido no sentido anti-horário.

UFRGS – Instituto de Matemática – 2015/1
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
MAT01354 Cálculo e Geometria Analítica IIA
PROVA 2 – 15 de maio de 2015 – 18h30

1	2	3	4	5	181

Nome	Cartão	Turma	Chamada

1811 Seja R a região plana delimitada pelas retas de equações $x + y = 4$, $x = 0$ e $y = \frac{1}{3}x$.

1. Esboce a região R, indicando os pontos relevantes.
2. Escreva a integral dupla $I = \displaystyle\iint_R \ln(3+xy)\, dA$ como integral dupla iterada nas ordens de integração $dxdy$ e, também, $dydx$. (*Não calcule a integral.*)

1812 Seja R a região situada no **primeiro quadrante** dentro da cardioide de equação polar $r = 3 + 3\cos\theta$ e fora do círculo de raio 3 centrado na origem.

1. Faça um esboço de R, indicando os pontos relevantes.
2. Calcule a integral $\displaystyle\iint_R \frac{4y}{x^2+y^2}\, dA$ usando integral dupla iterada em coordenadas polares.

1813 Seja S a região sólida situada no **primeiro octante**, abaixo do plano $z = 12+x+y$ e dentro do cilindro circular de equação $x^2+y^2 = 4$. *Sem calcular as integrais*, escreva o volume $V(S)$ de S como uma

1. integral tripla iterada em coordenadas cartesianas e, também, como uma
2. integral dupla iterada em coordenadas cartesianas.

1814 Seja S a região sólida situada dentro da esfera de raio 2 centrada na origem e dentro da folha de cone de equação $z = \sqrt{3}\,\sqrt{x^2+y^2}$ com densidade dada por $\delta(x, y, z) = 6\sqrt{x^2+y^2}$. *Sem calcular as integrais*, escreva a massa $M(S)$ de S como uma

1. integral tripla iterada em coordenadas cilíndricas e, também, como uma
2. integral tripla iterada em coordenadas esféricas, lembrando que, nessas, temos $dV = \rho^2 \operatorname{sen}\phi \; d\rho\, d\phi\, d\theta$.

1815 Considere o campo vetorial $\vec{F}(x, y) = \langle 3x^2,\, 4xy^3\rangle$ no plano xy.

1. Calcule o trabalho que a força $\vec{F}$ realiza para deslocar uma partícula ao longo da reta de equação $y = 2$ desde $P = (3, 2)$ até $Q = (0, 2)$.
2. Usando o Teorema de Green, calcule $\displaystyle\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{r}$, em que C é o retângulo de vértices $(0, 0), (3, 0), (3, 2)$ e $(0, 2)$ percorrido no sentido anti-horário.